
MONNAIE, VALEUR RÉELLE ET TAUX D'INTÉRÊT

Hassan HACHIMI ALAOUI

Ce papier présente une démonstration de la formule du taux d'intérêt nominal. Ayant une finalité pédagogique, cette démonstration fait abstraction des erreurs d'anticipation et du rendement du capital qui affectent, sans nul doute, le taux d'intérêt réel. Ce dernier est réduit, dans ce document, à une prime de risque inversement liée à la probabilité de défaut. Par souci de simplification, la démonstration est faite dans le cadre d'un modèle mono-périodique et il n'est pas lieu de présenter la structure par terme du taux d'intérêt.

1 Valeur réelle de la monnaie

D'un point de vue purement économique et dans une perspective fonctionnelle, la monnaie est simultanément et conjointement un moyen de paiement, une mesure de valeur et une réserve de valeur. Toutefois, cette dernière fonction est à considérer avec une certaine réserve.

En effet, dans un contexte macroéconomique marqué par l'inflation, c'est-à-dire une hausse générale et durable des prix, la monnaie est uniquement réserve de valeur nominale et aucunement réserve de valeur réelle.

L'importance de cette distinction entre la valeur réelle et la valeur nominale renvoie au concept, non moins important, de pouvoir d'achat qui constitue l'essence même de la première fonction de la monnaie, en l'occurrence moyen de paiement. En effet, si l'inflation, du point de vue macroéconomique, est une hausse générale et durable des prix, elle est par construction, une dégradation du pouvoir d'achat de la monnaie, en d'autres termes, une baisse de sa valeur réelle.

Ceci dit, la valeur réelle est exprimée en unités de biens et services, alors que la valeur nominale est exprimée en unités de monnaie. Un billet de 100 DH, préservé chez soi en toute sécurité depuis un an, demeure de la même valeur nominale de 100 DH. Néanmoins, avec un taux d'inflation, noté *inf*, de 2%, la quantité de biens et de services que ce billet permet d'acquérir aujourd'hui n'est plus la même. Ce billet, thésaurisé en tant que tel, a pu garder sa valeur nominale et a perdu une partie de sa valeur réelle ; son pouvoir d'achat a baissé.

La valeur nominale d'un montant M_0 , notée VN , est le produit de la quantité Q des biens et services qu'il permet d'acquérir et du niveau général des prix, noté P_{t_0} , observé en t_0 :

$$VN_{M_0} = Q P_{t_0}$$

Par ailleurs, la valeur réelle, notée VR , de ce montant est égale à la quantité Q des biens et services qu'il permet d'acquérir. En termes de valeur nominale, la valeur réelle est donc :

$$VR_{M_0} = \frac{VN_{M_0}}{P_{t_0}} = \frac{Q P_{t_0}}{P_{t_0}} = Q$$

Cette valeur réelle constitue le pouvoir d'achat, en termes de biens et services, du montant M_0 . D'où l'importance de distinguer la valeur nominale de la valeur réelle de la monnaie.

2 Monnaie et investissement financier : Risque Versus incertitude

Pour que la monnaie puisse être réserve de valeur réelle, dans un contexte d'inflation, elle devrait faire l'objet d'un investissement. Ce dernier consiste à échanger un actif monétaire en contrepartie d'un autre type d'actif. Ce faisant, il peut s'agir d'un investissement réel, en cas d'acquisition d'un actif réel, comme il peut s'agir d'un investissement financier lors de l'acquisition d'un actif financier. Dans le cas d'un investissement financier, on acquiert actif financier représentatif d'un droit rémunéré, de propriété ou de créance.

Dès lors qu'un prêteur offre un crédit à un emprunteur, en temps t_0 , il détient un actif financier représentatif d'un droit de créance sur cet emprunteur. Dans ce cas, un créancier fait face à un débiteur. En lui offrant ce crédit, il croit en lui, il se fie à lui, il lui fait confiance et il lui confie sa monnaie car il le juge comme fiable, comme crédible. En lui prêtant, il croit en ses bonnes intentions à vouloir rembourser et en son engagement à honorer sa dette.

La croyance du prêteur se matérialise par une créance¹ et la crédibilité de l'emprunteur se manifeste par un crédit. Un lien temporaire de confiance se noue entre le créancier et le débiteur et dure jusqu'à l'échéance, date à laquelle le créancier espère récupérer sa monnaie.

A l'échéance, en temps t_1 , date à laquelle tombe (échoie) le jugement sur la fiabilité du débiteur, ce dernier serait, en principe, dans l'obligation d'honorer son engagement et de se libérer de sa dette. Pour ce faire, il devrait s'acquitter d'un montant de monnaie en guise de remboursement du montant emprunté.

Or, l'environnement au futur est incertain. Des événements aléatoires de nature à empêcher le dit remboursement peuvent survenir à tout moment. Pour nuancer cette incertitude, tout ce que peut faire le créancier est d'identifier les éventualités futures et d'estimer leurs probabilités de survenance. Anticiper et prévoir, puis espérer, c'est tout ce que le croyant peut faire face aux échéances de ce bas monde, les échéances temporelles.

En supposant que cette incertitude est mesurable, le créancier fera face à une situation risquée, marquée par un risque de perte par rapport à un gain incertain. Ceci étant, le prêteur peut affecter, de façon objective ou de façon subjective, des probabilités d'occurrence aux divers états possibles de la nature. Ces probabilités, notées p , sont des mesures numériques de la vraisemblance de l'occurrence du remboursement. Sachant que la valeur d'une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1 :

$$0 \leq p \leq 1$$

En supposant que deux états extrêmes et mutuellement exclusifs peuvent prévaloir à l'échéance, il y aurait soit un remboursement intégral, avec une probabilité p_R , soit un défaut de paiement, avec une probabilité p_{NR} . En cas de remboursement total, le créancier récupère un montant M_1 .

¹ Les termes « créance » et « crédit » ont tous les deux la même étymologie, à savoir le terme latin *Credo* qui veut dire croyance.

Un défaut de paiement mène à une perte sèche qui s'élève au montant prêté car le débiteur ne peut rien rembourser. Le remboursement est donc une variable aléatoire réelle, notée \tilde{R} , qui prendra deux valeurs extrêmes, M_1 et 0, avec les probabilités respectives p_R et p_{NR} . Ainsi, les probabilités des états de natures possibles sont donc :

$$\begin{cases} p_R = p(\text{Remboursement}) \\ p_{NR} = p(\text{Non Remboursement}) \end{cases}$$

Si p_R est proche de 0, il n'y a presque aucune chance de récupérer le montant prêté. Par contre, si p_R tend vers 1, il est très vraisemblable que le remboursement se fasse sans difficulté significative. Étant donné que les deux probabilités sont mutuellement exclusives et que le remboursement constitue le complément du non remboursement, nous avons :

$$p_R \cup p_{NR} = p_R + p_{NR} = 1$$

Force est de constater que le remboursement est donc une variable aléatoire discrète qui prend deux valeurs, M_1 ou 0. Le créancier devrait donc anticiper le remboursement moyen qu'il peut espérer en utilisant l'espérance mathématique qui n'est autre que la moyenne de cette variable aléatoire. Chacune des valeurs que peut prendre la variable aléatoire est multipliée par la probabilité qui lui correspond, la somme de ces produits fournit la mesure de tendance centrale suivante :

$$E(\tilde{R}) = \sum_{i=1}^n p_i R_i$$

L'espérance est une moyenne pondérée par les probabilités des valeurs possibles que peut prendre le remboursement à l'échéance. Étant donné que deux états de nature seulement sont à prévoir, remboursement ou non remboursement, i est réduit à deux. Ainsi, l'espérance peut être réécrite ainsi :

$$E(\tilde{R}) = \sum_{i=1}^2 p_i R_i = p_R M_1 + p_{NR} 0 = p_R M_1$$

Le créancier devrait s'attendre à un montant M_1 , probablement, remboursé.

3 La monnaie et le taux d'intérêt

Le remboursement espéré par le créancier devrait satisfaire une condition indispensable pour conclure le contrat de crédit. N'oublions pas que la raison d'être et l'essence même de ce contrat se trouvent dans la volonté de l'épargnant, devenu investisseur-créancier, de préserver la valeur réelle de sa monnaie. Ainsi, le remboursement qu'il espère obtenir devrait lui permettre d'acheter, en t_1 , la même quantité de biens et services qu'en t_0 . En effet, son pouvoir d'achat doit demeurer inchangé car, en prêtant sa monnaie, il prête un pouvoir d'achat et il aspire à récupérer, non pas la valeur nominale de ce qu'il a prêté, mais ce même pouvoir d'achat.

Toutefois, les temps changent et le niveau général des prix change. Les prix vont passer de P_0 en t_0 à un niveau anticipé P_1^a en t_1 . Le taux d'inflation anticipé en t_0 , noté inf^a , est donc :

$$inf^a = \frac{P_1^a - P_0}{P_0}$$

Compte tenu du nouveau niveau général des prix, P_1^a , la valeur réelle du remboursement espéré en t_1 devrait donc être égale à la valeur réelle du montant prêté, qui est elle-même égale à Q :

$$\frac{E(\tilde{R})}{P_1^a} = VR_{M_0} = \frac{Q P_{t_0}}{P_{t_0}} = Q$$

Cette équation constitue la condition indispensable à la conclusion du contrat de crédit. Le remboursement espéré devrait permettre d'acheter la même quantité de biens et services Q au prix P_1^a prévalant en temps t_1 . En termes plus simples, cette équation peut être réécrite comme suit :

$$E(\tilde{R}) = P_1^a Q$$

En combinant l'équation ci-dessus avec la formule obtenue de l'espérance du remboursement, nous aurons :

$$p_R M_1 = Q P_1^a$$

En déplaçant la probabilité à l'autre côté de l'équation et en multipliant ce côté par $\frac{P_0}{P_0} = 1$, nous avons :

$$M_1 = \frac{1}{p_R} Q P_1^a \frac{P_0}{P_0}$$

En substituant M_0 à sa formule $Q P_0$:

$$M_1 = \frac{1}{p_R} M_0 \frac{P_1^a}{P_0}$$

En ajoutant et en soustrayant la même variable P_0 , l'équation devient :

$$M_1 = \frac{1}{p_R} M_0 \frac{P_0 + P_1^a - P_0}{P_0}$$

Tenant compte de l'équation de l'inflation :

$$M_1 = \frac{1}{p_R} M_0 (1 + inf^a)$$

Sachant que :

$$\frac{1}{p_R} = 1 + \frac{1}{p_R} - 1$$

En supposant θ comme suit:

$$\theta = \frac{1}{p_R} - 1$$

L'équation devient :

$$M_1 = M_0 (1 + inf^a)(1 + \theta)$$

En déplaçant M_0 à l'autre côté de l'équation :

$$\frac{M_1}{M_0} = (1 + inf^a)(1 + \theta)$$

En ajoutant et soustrayant M_0 , l'équation devient:

$$\frac{M_0 + M_1 - M_0}{M_0} = (1 + inf^a)(1 + \theta)$$

Qui peut être réécrite comme suit :

$$1 + \left(\frac{M_1 - M_0}{M_0}\right) = (1 + inf^a)(1 + \theta)$$

La différence $M_1 - M_0$ capte l'écart entre le montant prêté et le montant remboursé, ou de combien la monnaie a augmenté suite à cet investissement. Il s'agit là de l'intérêt de cette créance :

$$M_1 - M_0$$

Quand cet intérêt est rapporté au montant initialement prêté, il sera exprimé en pourcentage de l'investissement initial. On obtient dès lors le taux d'intérêt i d'un actif financier représentatif d'un droit de créance dont la maturité est t_1 :

$$i = \frac{M_1 - M_0}{M_0}$$

Ainsi, l'équation devient :

$$(1 + i) = (1 + inf^a)(1 + \theta)$$

L'équation ci-dessus est une présentation formelle du taux d'intérêt nominal i . Le terme θ s'associe au taux d'inflation pour constituer, ensemble, la valeur du taux d'intérêt.

4 Taux d'intérêt, taux d'inflation et prime de risque

Si la probabilité de remboursement est égale à 1, le risque de non remboursement est nul et le créancier est dans la certitude d'être remboursé. Dans ce cas de figure, le terme θ est nul :

$$\theta = \frac{1}{p_R} - 1 = 1 - 1 = 0$$

Avec un θ nul, le taux d'intérêt devient :

$$(1 + i) = (1 + inf^a)$$

Ainsi, dans un contexte de certitude, un créancier devrait exiger un taux d'intérêt égal au taux d'inflation anticipé :

$$i = inf^a$$

Quand un agent prête de la monnaie, il prête un pouvoir d'achat donné. Quand il récupère la monnaie, il devrait récupérer le même pouvoir d'achat. Ainsi, la monnaie qu'il récupère devrait être majorée d'un taux qui tient compte du taux d'inflation. Le taux d'intérêt est donc une protection contre la dégradation de la valeur réelle de la monnaie. Il permet un échange inter-temporel de la même valeur réelle de la monnaie, compte tenu des changements des prix.

Dans un environnement incertain, avec une probabilité de remboursement inférieure à l'unité, le remboursement est seulement possible, probable. Dans ce cas :

$$\theta = \frac{1}{p_R} - 1 > 0$$

Avec un θ positif, le créancier exige un taux d'intérêt qui devrait être supérieur au taux d'inflation :

$$(1 + i) > (1 + inf^a)$$

Ce faisant, le terme θ devient un revenu supplémentaire pour le créancier, mis à part la protection requise contre l'inflation. Ce revenu supplémentaire dépend négativement de la probabilité de remboursement. Avec :

$$\frac{\partial \theta}{\partial p_R} < 0$$

Sachant que :

$$p_{NR} = 1 - p_R$$

Le terme θ devient :

$$\theta = \frac{1}{1 - p_{NR}} - 1$$

Avec :

$$\frac{\partial \theta}{\partial p_{NR}} > 0$$

Ce qui signifie que ce revenu supplémentaire dépend positivement du risque de non remboursement, autrement dit le risque du défaut de paiement. Plus ce risque est élevé chez un emprunteur potentiel, plus la rémunération exigée pour conclure un contrat de prêt est élevée. Il faut motiver un agent économique pour qu'il puisse se séparer de son actif monétaire et le confier à autrui. Il faut le convaincre de substituer l'incertitude à la certitude et, pour ce faire, le dédommager. Il faut l'inviter à placer sa monnaie avec un gain futur plus élevé par rapport aux placements alternatifs, certes plus sûrs. Il convient d'annuler toute possibilité d'arbitrage qui s'offre à lui. Il faut l'encourager à courir plus de risque en lui promettant plus de gain.

La terme θ devient dès lors un bonus, une rémunération additionnelle, un revenu supplémentaire pour la prise de risque. Le taux d'intérêt est donc une fonction de deux variables, le taux d'inflation inf^a et une prime de risque θ qui rémunère la confiance.

Ainsi, le terme θ est une prime de risque qui constitue la deuxième composante du taux d'intérêt, mise à côté du taux d'inflation anticipé :

$$i = (inf^a ; \theta)$$

Le taux d'intérêt devient non seulement une protection contre l'inflation mais également une rémunération pour la prise de risque.